

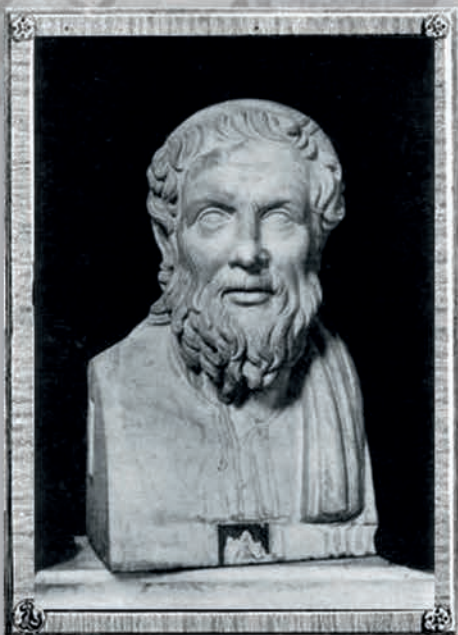
Ποσοστά

5.1. Ποσοστά

- Κατανόω την έννοια των ποσοστών και διαπιστώνω τη χρησιμότητά τους στις εφαρμογές
- Γράφω ένα δεκαδικό κλάσμα ως ποσοστό και αντιστρόφως

5.2. Προβλήματα με ποσοστά

- Λύνω προβλήματα με ποσοστά
- Παριστάνω ποσοστά με διαγράμματα



ΑΠΟΛΛΩΝΙΟΣ Ο ΠΕΡΓΑΙΟΣ
(265 - 170 π.Χ.)

5.0

Κ
Ε
Φ
Α
Α
Α
Ο

A.5.1. Ποσοστά

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ 1η

Σε πολλές περιπτώσεις της καθημερινής μας ζωής ακούμε εκφράσεις όπως:



- Πήρε αύξηση 14%.
- Οι γεννήσεις μειώνονται, κατά 12%, το χρόνο.
- Με συστηματική προπόνηση, ένας δρομέας αύξησε την απόδοσή του κατά 20%.
- Ένα μαγαζί έκανε εκπτώσεις 60%.
- Η ευρύτερη περιοχή της Αθήνας καταλαμβάνει το 3% της έκτασης της Ελλάδας και εκεί κατοικεί το 45% του πληθυσμού της Ελλάδας.
- Το 40% των υποψηφίων έγραψαν πολύ καλά και το 35% κάτω από τη βάση.
- Φόρος Προστιθέμενης Αξίας (ΦΠΑ) 19%.
- Ειδικός Φόρος Κατανάλωσης 5%.
- Παρακράτηση φόρου 22%.
- Επιτόκιο Καταθέσεων Ταμειευτηρίου 9,5%.
- Το 25% του πληθυσμού έχει πάνω από 2 αυτοκίνητα.
- Μόνο το 4% των οικογενειών έχει πάνω από 4 παιδιά.
- Είναι 100% σίγουρο, ότι θα βρέξει.
- Η πιθανότητα να συμβεί (ένα γεγονός) είναι 1%.

➤ Προσπάθησε να εξηγήσεις τι ακριβώς εννοούμε κάθε φορά με αυτές τις εκφράσεις.

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ 2η

Στον διπλανό πίνακα φαίνεται το σύνολο των πολιτών που ψήφισαν στα χωριά Α, Β, Γ και Δ και οι ψήφοι που πήραν οι αντίστοιχοι πρόεδροι που εκλέχτηκαν.

Κοινότητα	Ψηφίσαντες	Ο πρόεδρος ψηφίστηκε από
A	585	354
B	3.460	1.802
Γ	456	312
Δ	1.295	823

➤ Βρες, ποιος από τους προέδρους που εκλέχτηκαν, είναι ο πιο δημοφιλής.



Σκεφτόμαστε

Βρίσκουμε τα ποσοστά, με τα οποία εκλέχτηκαν οι πρόεδροι κάθε κοινότητας και παρατηρούμε ότι ο πιο δημοφιλής πρόεδρος είναι της κοινότητας Γ και μετά έρχονται στη σειρά οι πρόεδροι των κοινοτήτων Δ, Α και Β.

A	$354 : 585 = 60,51\%$
B	$1802 : 3.460 = 52,08\%$
Γ	$312 : 456 = 68,42\%$
Δ	$823 : 1.295 = 63,55\%$

Συμβολισμοί

Μαθαίνουμε



- Το σύμβολο α% ονομάζεται ποσοστό επί τοις εκατό ή απλούστερα ποσοστό και είναι ίσο με το $\frac{\alpha}{100}$.
- Χρησιμοποιούμε ακόμη το ποσοστό α‰ που διαβάζεται ποσοστό επί τοις χιλίοις και είναι ίσο με το $\frac{\alpha}{1000}$.
- ◆ Το ποσοστό α% του β είναι $\frac{\alpha}{100} \cdot \beta$
- ◆ Τα κλάσματα μπορούν να γράφονται και ως ποσοστά.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ - ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ



1. Να γραφούν, ως ποσοστά επί τοις εκατό, τα παρακάτω κλάσματα:

(α) $\frac{4}{5}$, (β) $\frac{3}{8}$, (γ) $\frac{84}{91}$ με στρογγυλοποίηση στο εκατοστό.

Λύση

(α) $\frac{4}{5} = \frac{4 \cdot 20}{5 \cdot 20} = \frac{80}{100} = 80\%$, (β) $\frac{3}{8} = \frac{3 \cdot 12,5}{8 \cdot 12,5} = \frac{37,5}{100} = 37,5\%$, (γ) $\frac{84}{91} = 0,92 = \frac{92}{100} = 92\%$.

2. Να γραφούν, ως κλάσματα, τα ακόλουθα ποσοστά: (α) 12%, (β) 73%, (γ) 32,5%.

Λύση

(α) $12\% = \frac{12}{100} = \frac{12 : 4}{100 : 4} = \frac{3}{25}$, (β) $73\% = \frac{73}{100}$, (γ) $32,5\% = \frac{325}{1000} = \frac{325}{1000} = \frac{13}{40}$

3. Ποια θα είναι η τιμή πώλησης ενός πουλόβερ, αξίας 150€, με επιβάρυνση Φ.Π.Α. 19%;

Λύση

Γνωρίζουμε, ότι: Τιμή πώλησης = Αξία + ΦΠΑ Ο φόρος που αντιστοιχεί θα είναι:

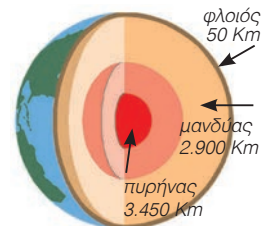
$$\text{Φόρος} = \text{Αξία} \cdot 19\% = 150 \cdot 19\% = 150 \cdot \frac{19}{100} = \frac{150 \cdot 19}{100} = 28,5 \text{ €}.$$

Άρα, η τιμή πώλησης θα είναι: 150 € + 28,5 € = 178,5 €.

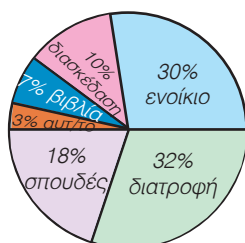


ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΚΑΙ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

1. Γράψε ως ποσοστά επί τοις εκατό, τα κλάσματα: (α) $\frac{1}{5}$, (β) $\frac{3}{2}$, (γ) $\frac{1}{4}$, (δ) $\frac{3}{4}$, (ε) $\frac{3}{5}$.
2. Να μετατρέψεις σε ποσοστά επί τοις εκατό, τους δεκαδικούς αριθμούς: (α) 0,52, (β) 3,41, (γ) 0,19, (δ) 0,03, (ε) 0,07.
3. Να μετατρέψεις σε δεκαδικά κλάσματα τα ποσοστά: (α) 15%, (β) 7%, (γ) 48%, (δ) 50%. Στη συνέχεια, απλοποίησε τα δεκαδικά κλάσματα, έως ότου φτάσεις σε ανάγωγο κλάσμα.
4. Υπολόγισε: (α) το 10% των 3000 €, (β) το 45% της 1 ώρας, (γ) το 20% του λίτρου, (δ) το 50% των 500 γραμμαρίων, (ε) το 25% του 1 κιλού.
5. Βρες τι ποσοστό είναι: (α) τα 50 € για τα 1.000 €, (β) οι 30 ημέρες για 1 έτος, (γ) τα 50 στρέμματα για τα 2.500 στρέμματα, (δ) οι 3 παλάμες για τα 10 μέτρα.
6. Ένα μπουκάλι με οινόπνευμα παρέμεινε ανοιχτό και εξατμίστηκε το 22% του όγκου του. Το μπουκάλι περιείχε αρχικά 0,610 lt. Πόσα lt οιοπνεύματος εξατμίστηκαν;
7. Σε ένα σημείο της γήινης σφαίρας, ο φλοιός έχει πάχος 50 Km, ο μανδύας 2.900 Km και ο πυρήνας 3.450 Km. (α) Να βρεις το μήκος της ακτίνας της Γης σε Km. (β) Να βρεις ποιο ποσοστό της ακτίνας της Γης κατέχει ο φλοιός, ο μανδύας και ο πυρήνας αντίστοιχα.



- 8.



Μια οικογένεια έχει μηνιαία έσοδα 1.200 €.

Το 10% των εσόδων αποταμιεύονται και τα υπόλοιπα ξοδεύονται όπως δείχνει το διπλανό κυκλικό διάγραμμα. (α) Να υπολογίσεις πόσα χρήματα ξοδεύει η οικογένεια σε κάθε κατηγορία δαπανών. (β) Τι ποσοστό μηνιαίων εσόδων της αποτελεί κάθε μία κατηγορία δαπανών;

A.5.2. Προβλήματα με ποσοστά

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ - ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ

1.

Ένας ηλεκτρολόγος είχε έσοδα 2.856 € το δεύτερο τρίμηνο του έτους. Πόσα χρήματα πρέπει να αποδώσει στο κράτος, αν ο Φ.Π.Α. που παρακρατά από τους πελάτες του είναι 19%;



Λύση

Το ποσό Φ.Π.Α. έχει παρακρατηθεί από τον ηλεκτρολόγο, αφού κάθε πελάτης του έχει επιβαρυνθεί με 19%, επί της αξίας της εργασίας του ηλεκτρολόγου.

Έτσι για εργασία 100 € ο πελάτης έχει πληρώσει 119 €, δηλαδή ο ηλεκτρολόγος σε έσοδα 119 € οφείλει στο κράτος 19 €, δηλαδή τα $\frac{19}{119}$ των εσόδων.

$$\text{Οφειλόμενος ΦΠΑ} = \text{Έσοδα} \cdot \frac{19}{119} = 2856 \cdot \frac{19}{119} = 456 \text{ €}$$

2.

Στην περίοδο των εκπτώσεων, ένα κατάστημα έκανε έκπτωση 35% στα είδη ρουχισμού και 15% στα παπούτσια. Πόσο θα πληρώσουμε για ένα πουκάμισο και ένα ζευγάρι παπούτσια που κόστιζαν 58 € και 170 €, αντίστοιχα, πριν τις εκπτώσεις.

Λύση

Η τιμή κάθε είδους υπολογίζεται από τη σχέση:

Τιμή μετά την έκπτωση = Τιμή πριν την έκπτωση - Ποσό έκπτωσης.

Για το πουκάμισο έχουμε ποσό έκπτωσης: $35\% \cdot 58 \text{ €} = \frac{35}{100} \cdot 58 \text{ €} = 20,30 \text{ €}$.

Η τιμή του πουκάμισου μετά την έκπτωση είναι: $58 \text{ €} - 20,30 \text{ €} = 37,70 \text{ €}$.

Για τα παπούτσια έχουμε ποσό έκπτωσης: $15\% \cdot 170 \text{ €} = \frac{15}{100} \cdot 170 \text{ €} = 25,50 \text{ €}$.

Η τιμή των παπουτσιών μετά την έκπτωση είναι: $170 \text{ €} - 25,50 \text{ €} = 144,50 \text{ €}$.

Και για τα δύο μαζί θα πληρώσουμε: $37,70 \text{ €} + 144,50 \text{ €} = 182,20 \text{ €}$.

3.

Ποσό 1.000 € κατατέθηκε σε λογαριασμό ταμειευτηρίου, με επιτόκιο 5%. Πόσος είναι ο τόκος που θα αποδώσει το κεφάλαιο αυτό, μετά από 18 μήνες, αν οι τόκοι προστίθενται στο κεφάλαιο κάθε χρόνο;

Λύση

Γνωρίζουμε ότι: **Τόκος = Κεφάλαιο · Επιτόκιο**

Άρα: Τόκος α' έτους είναι: $1000 \text{ €} \cdot 5\% = 1000 \text{ €} \cdot \frac{5}{100} = 50 \text{ €}$

Στο τέλος των 12 μηνών το κεφάλαιο θα γίνει: $1000 \text{ €} + 50 \text{ €} = 1050 \text{ €}$

Ο τόκος στους επόμενους 6 μήνες θα είναι τα $\frac{6}{12}$ του ετήσιου τόκου, δηλαδή:

$$1050 \text{ €} \cdot 5\% \cdot \frac{6}{12} = 1050 \text{ €} \cdot \frac{5}{100} \cdot \frac{6}{12} = 26,25 \text{ €}$$

Ο συνολικός τόκος που απέδωσαν τα 1.000 € για 18 μήνες είναι: $50 \text{ €} + 26,25 \text{ €} = 76,25 \text{ €}$.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΚΑΙ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

1. Επιχειρηματίας αγόρασε μετοχές μιας εταιρείας, προς 50 € την κάθε μετοχή. Σε ένα μήνα η μετοχή έπεσε κατά 8% και το επόμενο δίμηνο ανέβηκε κατά 5% το μήνα. (α) Ποια ήταν η τιμή της μετοχής στο τέλος του τρίτου μήνα; (β) Η επένδυση του επιχειρηματία ήταν κερδοφόρα ή όχι; (γ) Ποιο είναι το ποσοστό κέρδους ή ζημίας του, επί του αρχικού κεφαλαίου;
2. Κεφάλαιο 80.000 € κατατέθηκε, σε λογαριασμό ταμειευτηρίου, με επιτόκιο 4,5% το χρόνο. (α) Ποιος θα είναι ο τόκος στο τέλος του πρώτου έτους; (β) Ποιος θα είναι ο τόκος στο τέλος του δεύτερου έτους, αν ο τόκος του πρώτου έτους κεφαλοποιηθεί;
3. Ένα καινούριο αυτοκίνητο κόστιζε 20.000 €. Το αγόρασε κάποιος και μετά από 1 χρόνο ήθελε να το πουλήσει, κατά 30% λιγότερο, από όσο το αγόρασε. Ο υποψήφιος αγοραστής έμαθε, ότι το ίδιο ακριβώς μοντέλο, καινούριο, κόστιζε 25.000 €. (α) Σε ποια τιμή θα αγόραζε το μεταχειρισμένο αυτοκίνητο; (β) Τι ποσοστό της τιμής του καινούριου αυτοκινήτου είναι η τιμή του μεταχειρισμένου; (γ) Αν ένα μαγαζί που πουλάει μεταχειρισμένα αυτοκίνητα δίνει το ίδιο μοντέλο σε τιμή 40% φτηνότερα από την τρέχουσα τιμή του καινούριου, από ποιον συμφέρει να αγοράσει το μεταχειρισμένο αυτοκίνητο ο υποψήφιος αγοραστής;
4. Σε ένα προϊόν, έγινε η προσφορά που φαίνεται στην πινακίδα. Στη συσκευασία του προϊόντος υπήρχε σημειωμένη η συγκεκριμένη, για το είδος προσφορά, δηλαδή για κάθε 300 κ.εκ., πρόσθετα άλλα 100 κ.εκ. (α) Σύμφωνα, με όσα διαβάζεις, θεωρείς ότι αληθεύουν όσα γράφονται στην προσφορά; (β) Σε ποια περίπτωση η εταιρεία θα πρόσφερε, πράγματι, το 50% του προϊόντος ΔΩΡΕΑΝ;
5. Τι κεφάλαιο πρέπει να καταθέσουμε στην τράπεζα, για να πάρουμε στο τέλος ενός έτους 1.000 €, αν το επιτόκιο είναι 2%;
6. Τα βασικά τέλη διμήνου για λογαριασμό του ΟΤΕ είναι 22 € και η χρέωση για κάθε μονάδα 0,07 €. Να βρεις πόσο θα πληρώσει ένας συνδρομητής, αν έχει κάνει 1.500 μονάδες συνδιαλέξεων και επί του συνόλου υπολογίζεται ΦΠΑ 19%.
7. Ένας έμπορος αγόρασε διάφορα εμπορεύματα συνολικής αξίας 30.000 €. Πλήρωσε τοις μετρητοίς το 40% και τα υπόλοιπα με συναλλαγματικές, σε 4 μηνιαίες δόσεις με τόκο 1% τον μήνα. Να υπολογίσεις: (α) Το συνολικό ποσό της επιβάρυνσης από τους τόκους που θα πληρώσει. (β) Το ποσοστό της επιβάρυνσης αυτής, επί της αρχικής αξίας των εμπορευμάτων.
8. Ένας τεχνικός είχε έσοδα σε ένα τρίμηνο 8.330 €. Πόσο ΦΠΑ (19%) πρέπει να αποδώσει στην εφορία;
9. Ένα ψυγείο κοστίζει, τοις μετρητοίς, 1.200 € χωρίς το ΦΠΑ 19%. Κάποιος το αγόρασε με 50% προκαταβολή και το υπόλοιπο, σε 6 μηνιαίες δόσεις με τόκο 3% το μήνα. (α) Να υπολογίσεις πόσα χρήματα έδωσε, ως προκαταβολή, αν μαζί με αυτήν κατέβαλε και ολόκληρο το ποσό του ΦΠΑ. (β) Ποιο ήταν το ποσό της κάθε δόσης; (γ) Πόσο του στοιχίσε συνολικά το ψυγείο;
10. Για τη διπλανή διαφήμιση: (α) Πόσο είναι το ΦΠΑ που πρέπει να πληρώσουμε; (β) Πόσο θα στοιχίσει το ραδιοκασετόφωνο, αν το αγοράσουμε με δόσεις; (γ) Αν το τραπεζικό επιτόκιο είναι 10%, ποια επιλογή αγοράς μας συμφέρει, με την προϋπόθεση, ότι έχουμε όλο το απαιτούμενο ποσό σε λογαριασμό ταμειευτηρίου;



ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ ΓΙΑ ΤΟ ΣΠΙΤΙ

Να μελετήσεις τα εκλογικά αποτελέσματα στις τέσσερις τελευταίες εκλογές στη χώρα μας και να καταγράψεις σε έναν πίνακα: (α) τα ποσοστά των ψηφισάντων, (β) τα ποσοστά των έγκυρων ψηφοδελτίων, των άκυρων και των λευκών, (γ) τα ποσοστά που έλαβε κάθε κόμμα σε όλη την επικράτεια της χώρας.



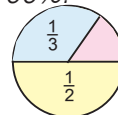
Εθναναληθητικέσ Ερωτήσεσ Αντοαξιολόγησης

Α. Ασκήσεσ Σωστού ή Λάθουσ

Τοποθέτησε ένα "x" στην αντίστοιχη θέση

ΣΩΣΤΟ ΛΑΘΟΣ

- | | | |
|---|--------------------------|--------------------------|
| 1. Το 30% του x ισούται με το 90% του $\frac{x}{3}$. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 2. Σε ένα βιβλίο έγινε αύξηση τιμής κατά 5% και δεύτερη αύξηση κατά 10% επί της νέας τιμής. Η συνολική αύξηση ήταν 15,5%. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 3. Όταν σ' ένα προϊόν αξίας 700 € η έκπτωση είναι 200 €, το ποσοστό έκπτωσης είναι περίπου 28,5%. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 4. Το 20% του 50 είναι 10. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 5. 1 € έκπτωση σ' ένα στυλό που κοστίζει 4 € αντιστοιχεί σε ποσοστό έκπτωσης 25%. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 6. Ένα είδος μετά από έκπτωση 200 €, κοστίζει 100 €. Στο είδος έγινε έκπτωση 25%. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 7. Ο πληθυσμός μιας κωμόπολης ήταν 3.000 κάτοικοι και αυξήθηκε σε 6.000 κατοίκους. Λέμε ότι ο πληθυσμός αυξήθηκε κατά 100%. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 8. Το κόκκινο μέρος του κύκλου είναι το 15% . | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 9. Μια τάξη έχει 28 μαθητές και μια μέρα απουσίαζαν οι 4, δηλαδή απουσίαζε το 15% της τάξης. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 10. Το 30% της ώρας είναι 25 λεπτά. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 11. Μια αύξηση 100 € σε ένα είδος που κόστιζε 400 € είναι μια αύξηση 15% . | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |



Β. Ασκήσεσ Αντιστοιχίσεσ

Σε κάθε μία από τις νέες τιμές των προϊόντων που αναφέρονται στη διαφήμιση, να αντιστοιχίσεις το ποσοστό έκπτωσης.

ΠΡΟΦΕΡΜΕΣ	Παντελόνι 120€ 84€ 10%
	Φούστεσ 80€ 48€ 15%
	Φορέματα 180€ 153€ 20%
	Μπλουζεσ 40€ 32€ 30%
	Φόρμεσ 50€ 45€ 40%