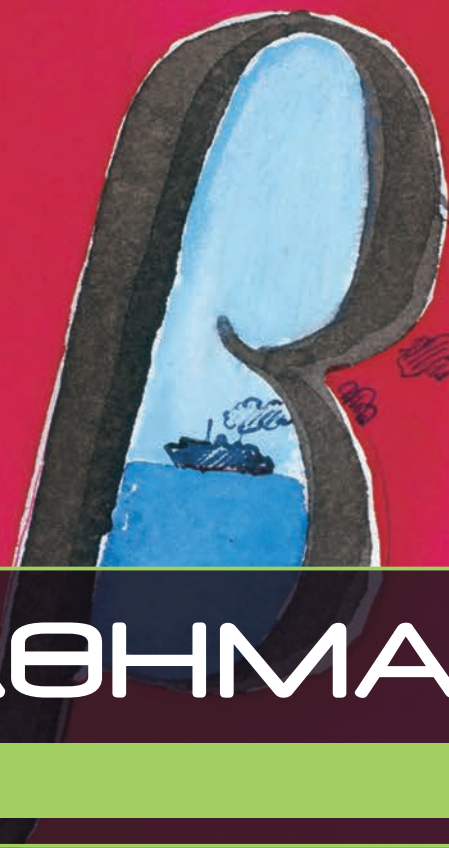


ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΗΣ ΠΟΛΙΤΙΚΗΣ

Ιωάννης Βανδουλάκης Χαράλαμπος Καλλιγάς
Νικηφόρος Μαρκάκης Σπύρος Φερεντίνος




ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

Α΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

Μαθηματικά

Α' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΑΡΧΙΚΗΣ ΕΚΔΟΣΗΣ

ΣΥΓΓΡΑΦΕΙΣ	Ιωάννης Βανδουλάκης , Μαθηματικός, διδάσκων με σύμβαση εργασίας (Π.Δ. 407/80) στο Πανεπιστήμιο του Αιγαίου Χαράλαμπος Καλλιγός , Μαθηματικός - Πληροφορικός, Εκπαιδευτικός Ιδιωτικής Εκπαίδευσης Νικηφόρος Μαρκάκης , Μαθηματικός, Εκπαιδευτικός Ιδιωτικής Εκπαίδευσης Σπύρος Φερεντίνος , Σχολικός Σύμβουλος Μαθηματικών
ΚΡΙΤΕΣ-ΑΞΙΟΛΟΓΗΤΕΣ	Χαράλαμπος Τσίτουρας , Αν. Καθηγητής ΑΤΕΙ - Χαλκίδας Γεώργιος Μπαραλός , Σχολικός Σύμβουλος Μαθηματικών Χαρίκλεια Κωνσταντακοπούλου , Μαθηματικός, Εκπαιδευτικός Β/θμιας Εκπαίδευσης
ΕΙΚΟΝΟΓΡΑΦΗΣΗ	Κλειώ Γκιζελή , Ζωγράφος Ιόλη Κυρούση , Γραφίστρια
ΦΙΛΟΛΟΓΙΚΗ ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ	Βαρβάρα Δερνελή , Φιλολόγος, Εκπαιδευτικός Β/θμιας Εκπαίδευσης
ΥΠΕΥΘΥΝΟΣ ΤΟΥ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ ΚΑΙ ΤΟΥ ΥΠΟΕΡΓΟΥ ΚΑΤΑ ΤΗ ΣΥΓΓΡΑΦΗ	Αθανάσιος Σκούρας , Σύμβουλος Παιδαγωγικού Ινστιτούτου
ΕΞΩΦΥΛΛΟ	Μανώλης Χάρος , Ζωγράφος
ΠΡΟΕΚΤΥΠΩΤΙΚΕΣ ΕΡΓΑΣΙΕΣ	 ΕΚΔΟΣΕΙΣ ΠΑΤΑΚΗ

Στη συγγραφή του πρώτου μέρους (1/3) έλαβε μέρος και η **Θεοδώρα Αστέρη**, Εκπαιδευτικός Α/θμιας Εκπαίδευσης

Γ' Κ.Π.Σ. / ΕΠΕΑΕΚ II / Ενέργεια 2.2.1. / Κατηγορία Πράξεων 2.2.1.α:
«Αναμόρφωση των προγραμμάτων σπουδών και συγγραφή νέων εκπαιδευτικών πακέτων»

Πράξη με τίτλο:

ΠΑΙΔΑΓΩΓΙΚΟ ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ
Δημήτριος Γ. Βλάχος
Ομότιμος Καθηγητής του Α.Π.Θ.
Πρόεδρος του Παιδαγωγικού Ινστιτούτου

«Συγγραφή νέων βιβλίων και παραγωγή υποστηρικτικού εκπαιδευτικού υλικού με βάση το ΔΕΠΠΣ και τα ΑΠΣ για το Γυμνάσιο»

Επιστημονικός Υπεύθυνος Έργου
Αντώνιος Σ. Μπομπέτσης
Σύμβουλος του Παιδαγωγικού Ινστιτούτου

Αναπληρωτές Επιστημονικοί Υπεύθυνοι Έργου
Γεώργιος Κ. Παλιός
Σύμβουλος του Παιδαγωγικού Ινστιτούτου
Ιγνάτιος Ε. Χατζηευστρατίου
Μόνιμος Πάρεδρος του Παιδαγωγικού Ινστιτούτου

Έργο συγχρηματοδοτούμενο 75% από το Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο και 25% από εθνικούς πόρους.

ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΕΠΑΝΕΚΔΟΣΗΣ

Η επανέκδοση του παρόντος βιβλίου πραγματοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Τεχνολογίας Υπολογιστών & Εκδόσεων «Διόφαντος» μέσω ψηφιακής μακέτας, η οποία δημιουργήθηκε με χρηματοδότηση από το ΕΣΠΑ / ΕΠ «Εκπαίδευση & Διά Βίου Μάθηση» / Πράξη «ΣΤΗΡΙΖΩ».



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
«Εκπαίδευση για όλους»
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ
Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



ΕΣΠΑ
2007-2013
Ευρώπη για το μέλλον
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ

Οι διορθώσεις πραγματοποιήθηκαν κατόπιν έγκρισης του Δ.Σ. του Ινστιτούτου Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΗΣ ΠΟΛΙΤΙΚΗΣ

Ιωάννης Βανδουλάκης
Χαράλαμπος Καλλιγιάς
Νικηφόρος Μαρκάκης
Σπύρος Φερεντίνος

Η συγγραφή και η επιστημονική επιμέλεια του βιβλίου πραγματοποιήθηκε
υπό την αιγίδα του Παιδαγωγικού Ινστιτούτου

Μαθηματικά

Α' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

Στο Δημοτικό σχολείο ολοκληρώθηκε ο πρώτος κύκλος της βασικής εκπαίδευσης. Στο Γυμνάσιο, θα στηριχτούμε στις γνώσεις που αποκτήσαμε μέχρι τώρα, θα τις αξιοποιήσουμε και θα προσπαθήσουμε να τις αναπτύξουμε και να τις διευρύνουμε.

Στην πορεία αυτή, ίσως διαπιστώσουμε ότι οι γνώσεις που διαθέτουμε δεν επαρκούν πάντα. Πρέπει, λοιπόν, να συμπληρωθούν κατάλληλα και μετά να προχωρήσουμε στο επόμενο βήμα, στον νέο προβληματισμό και τέλος στην καινούρια γνώση. Έτσι, με τη δική μας προσπάθεια και παράλληλα με τη βοήθεια και την καθοδήγηση του καθηγητή μας, θα καταφέρουμε, όλοι μαζί μέσα στην τάξη, να αναπτύξουμε τις δυνατότητές μας, προσθέτοντας, όχι μόνο γνώσεις αλλά και νέους τρόπους να τις αποκτούμε.

Τα Μαθηματικά τα γνωρίζουμε ως ένα σχολικό μάθημα. Δεν πρέπει όμως να μείνουμε μόνο σ' αυτό. Όσα περισσότερα Μαθηματικά ξέρουμε και χρησιμοποιούμε, τόσο καλύτερα ερμηνεύουμε τον κόσμο μας και τελικά τον κατανοούμε. Είναι ένας κώδικας απαραίτητος για την κατανόηση του κόσμου μας, που λειτουργεί όπως η "γλώσσα" προγραμματισμού στους υπολογιστές. Όσες περισσότερες "λέξεις" ξέρει κανείς από αυτή τη "γλώσσα", δηλαδή τα Μαθηματικά, τόσο καλύτερα αξιοποιεί τις δυνατότητες του μυαλού του. Επίσης, τα Μαθηματικά δεν είναι απλά ένα εργαλείο για τη βελτίωση των ατομικών επιδόσεων, αλλά ένας βασικός μοχλός που βοηθάει την κοινωνική ανάπτυξη.

Το βιβλίο αυτό φιλοδοξεί να αποτελέσει ένα βήμα προς τις κατευθύνσεις αυτές. Είναι γραμμένο σύμφωνα με το Διαθεματικό Ενιαίο Πλαίσιο Προγραμμάτων Σπουδών (ΔΕΠΠΣ) και το νέο Αναλυτικό Πρόγραμμα Σπουδών (ΑΠΣ) για τα Μαθηματικά του Γυμνασίου, καθώς και τις συγκεκριμένες προδιαγραφές και οδηγίες του Παιδαγωγικού Ινστιτούτου.

Σημαντικό χαρακτηριστικό του βιβλίου αυτού είναι ότι η παρουσίαση της θεωρίας περιορίζεται συχνά, για να αφήσει στους μαθητές τη δυνατότητα να αναπτύξουν, με τη βοήθεια των καθηγητών τους, τη διαίσθηση, τη δοκιμή, την έρευνα και τέλος την αναγκαία σύνθεση.

Οι δραστηριότητες που προτείνονται και προηγούνται της θεωρίας, έχουν στόχο να υπάρξει ο προβληματισμός και η αναζήτηση που θα μας οδηγήσει στην ανάγκη να αναπτύξουμε την κατάλληλη θεωρία. Έτσι, γίνεται φανερό ότι η θεωρία είναι αποτέλεσμα μιας συγκεκριμένης αναζήτησης και όχι αυτοσκοπός. Οδηγός σ' αυτό τον βηματισμό θα είναι και πάλι ο συνάδελφος καθηγητής του Γυμνασίου, που χωρίς τη δική του ουσιαστική συμβολή τίποτα δεν ολοκληρώνεται.

Πιστεύουμε ότι οι γονείς των μαθητών της Α' Γυμνασίου γνωρίζουν καλά, ότι σ' αυτή την ηλικία το σημαντικότερο δεν είναι η συνεχής συσσώρευση γνώσεων – που φαίνονται ατελείωτες και συχνά μένουν στείρες – αλλά ο τρόπος που αποκτάται σε κάθε περίπτωση η απαραίτητη γνώση. Αν στον τρόπο αυτό προστεθεί και η μέθοδος εμπέδωσης και αξιοποίησής της, τότε αυτή η γνώση παίρνει διαστάσεις του πολύτιμου αγαθού και της κοινωνικής αξίας, που παραμένει ο τελικός στόχος κάθε εκπαιδευτικής διαδικασίας.

Στην εποχή μας, που όλα μεταβάλλονται ταχύτατα – και μαζί τους οι θεωρίες, οι απόψεις και οι θέσεις – κανείς δεν ισχυρίζεται ότι ένα σχολικό βιβλίο μπορεί να συνθέσει όλες τις απόψεις και να περιλάβει, στο σύνολό της, την εκπαιδευτική εμπειρία τόσων αιώνων.

Ως συγγραφείς του βιβλίου, θα είμαστε ευτυχείς αν οι συνάδελφοι καθηγητές, αλλά και όλοι οι ενδιαφερόμενοι, στείλουν στο Παιδαγωγικό Ινστιτούτο τις κρίσεις και τις παρατηρήσεις τους, ώστε να γίνει κατά το δυνατόν καλύτερο τούτο το βιβλίο. Το ποσοστό της "αλήθειας" που αυτό περιέχει θα διευρυνθεί όταν η προσπάθεια γίνει πιο συλλογική. Γι' αυτή την "αλήθεια" που, όπως λέει ο Ελύτης:

*"Αιώνες τώρα ρωτούν οι μάγοι
μα οι αστέρες αποκρίνονται κατά προσέγγιση".*

Οι συγγραφείς

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΜΕΡΟΣ Α' ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ - ΑΛΓΕΒΡΑ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1ο - Οι φυσικοί αριθμοί	9
1.1. Φυσικοί αριθμοί - Διάταξη Φυσικών - Στρογγυλοποίηση	11
1.2. Πρόσθεση, αφαίρεση και πολλαπλασιασμός φυσικών αριθμών	14
1.3. Δυνάμεις φυσικών αριθμών	20
1.4. Ευκλείδεια διαίρεση - Διαιρετότητα	25
1.5. Χαρακτήρες διαιρετότητας - ΜΚΔ - ΕΚΠ - Ανάλυση αριθμού σε γινόμενο πρώτων παραγόντων	27
<i>Ανακεφαλαίωση</i>	31
<i>Επαναληπτικές Ερωτήσεις Αυτοαξιολόγησης</i>	32
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2ο - Τα κλάσματα	33
2.1. Η έννοια του κλάσματος	34
2.2. Ισοδύναμα κλάσματα	38
2.3. Σύγκριση κλασμάτων	41
2.4. Πρόσθεση και αφαίρεση κλασμάτων	44
2.5. Πολλαπλασιασμός κλασμάτων	48
2.6. Διαίρεση κλασμάτων	50
<i>Ανακεφαλαίωση</i>	54
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3ο - Δεκαδικοί αριθμοί	55
3.1. Δεκαδικά κλάσματα - Δεκαδικοί αριθμοί - Διάταξη δεκαδικών αριθμών - Στρογγυλοποίηση	56
3.2. Πράξεις με δεκαδικούς αριθμούς - Δυνάμεις με βάση δεκαδικό αριθμό	60
3.3. Υπολογισμοί με τη βοήθεια υπολογιστή τσέπης	62
3.4. Τυποποιημένη μορφή μεγάλων αριθμών	63
3.5. Μονάδες μέτρησης	64
<i>Ανακεφαλαίωση</i>	69
<i>Επαναληπτικές Ερωτήσεις Αυτοαξιολόγησης</i>	70
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4ο - Εξισώσεις και Προβλήματα	71
4.1. Η έννοια της εξίσωσης - Οι εξισώσεις: $a+x=\beta$, $x-a=\beta$, $a-x=\beta$, $ax=\beta$, $a:x=\beta$ και $x:a=\beta$	72
4.2. Επίλυση προβλημάτων	75
4.3. Παραδείγματα επίλυσης προβλημάτων	76
<i>Ανακεφαλαίωση</i>	78
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5ο - Ποσοστά	79
5.1. Ποσοστά	80
5.2. Προβλήματα με ποσοστά	82
<i>Επαναληπτικές Ερωτήσεις Αυτοαξιολόγησης</i>	84
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6ο - Ανάλογα ποσά - Αντιστρόφως ανάλογα ποσά	85
6.1. Παράσταση σημείων στο επίπεδο	87
6.2. Λόγος δύο αριθμών - Αναλογία	90
6.3. Ανάλογα ποσά - Ιδιότητες αναλόγων ποσών	96
6.4. Γραφική παράσταση σχέσης αναλογίας	99
6.5. Προβλήματα αναλογιών	102
6.6. Αντιστρόφως ανάλογα ποσά	106
<i>Ανακεφαλαίωση</i>	110
<i>Επαναληπτικές Ερωτήσεις Αυτοαξιολόγησης</i>	112
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7ο - Θετικοί και αρνητικοί αριθμοί	113
7.1. Θετικοί και αρνητικοί αριθμοί (Ρητοί αριθμοί) - Η ευθεία των ρητών - Τετμημένη σημείου	114
7.2. Απόλυτη τιμή ρητού - Αντίθετοι ρητοί - Σύγκριση ρητών	118
7.3. Πρόσθεση ρητών αριθμών	122
7.4. Αφαίρεση ρητών αριθμών	126
7.5. Πολλαπλασιασμός ρητών αριθμών	129
7.6. Διαίρεση ρητών αριθμών	133
7.7. Δεκαδική μορφή ρητών αριθμών	135
7.8. Δυνάμεις ρητών αριθμών με εκθέτη φυσικό	137
7.9. Δυνάμεις ρητών αριθμών με εκθέτη ακέραιο	140
7.10. Τυποποιημένη μορφή μεγάλων και μικρών αριθμών	143
<i>Ανακεφαλαίωση</i>	144
<i>Επαναληπτικές Ερωτήσεις Αυτοαξιολόγησης</i>	145

ΜΕΡΟΣ Β' ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1ο - Βασικές γεωμετρικές έννοιες	147
1.1. Σημείο - Ευθύγραμμο τμήμα - Ευθεία - Ημιευθεία - Επίπεδο - Ημιεπίπεδο	148
1.2. Γωνία - Γραμμή - Επίπεδα σχήματα - Ευθύγραμμα σχήματα - Ίσα σχήματα	153
1.3. Μέτρηση, σύγκριση και ισότητα ευθυγράμμων τμημάτων - Απόσταση σημείων - Μέσο ευθύγραμμου τμήματος	157
1.4. Πρόσθεση και αφαίρεση ευθυγράμμων τμημάτων	163
1.5. Μέτρηση, σύγκριση και ισότητα γωνιών - Διχοτόμος γωνίας	165
1.6. Είδη γωνιών - Κάθετες ευθείες	169
1.7. Εφεξής και διαδοχικές γωνίες - Άθροισμα γωνιών	173
1.8. Παραπληρωματικές και συμπληρωματικές γωνίες - Κατακορυφήν γωνίες	176
1.9. Θέσεις ευθειών στο επίπεδο	180
1.10. Απόσταση σημείου από ευθεία - Απόσταση παραλλήλων	184
1.11. Κύκλος και στοιχεία του κύκλου	187
1.12. Επίκεντρη γωνία - Σχέση επίκεντρης γωνίας και του αντίστοιχου τόξου - Μέτρηση τόξου	190
1.13. Θέσεις ευθείας και κύκλου	193
<i>Ανακεφαλαίωση</i>	195
<i>Επαναληπτικές Ερωτήσεις Αυτοαξιολόγησης</i>	198
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2ο - Συμμετρία	199
2.1. Συμμετρία ως προς άξονα	200
2.2. Άξονας συμμετρίας	204
2.3. Μεσοκάθετος ευθύγραμμου τμήματος	206
2.4. Συμμετρία ως προς σημείο	210
2.5. Κέντρο συμμετρίας	212
2.6. Παράλληλες ευθείες που τέμνονται από μία άλλη ευθεία	214
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3ο - Τρίγωνα - Παραλληλόγραμμα - Τραπεζία	217
3.1. Στοιχεία τριγώνου - Είδη τριγώνων	218
3.2. Άθροισμα γωνιών τριγώνου - Ιδιότητες ισοσκελούς τριγώνου	221
3.3. Παραλληλόγραμμο - Ορθογώνιο - Ρόμβος - Τετράγωνο - Τραπεζίο - Ισοσκελές τραπέζιο	225
3.4. Ιδιότητες παραλληλογράμμου - Ορθογωνίου - Ρόμβου - Τετραγώνου - Τραπεζίου - Ισοσκελούς τραπέζιου	229
<i>Επαναληπτικές Ερωτήσεις Αυτοαξιολόγησης</i>	232

ΜΕΡΟΣ Γ' ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

Υποδείξεις - Απαντήσεις ασκήσεων	233
A.1. Οι φυσικοί αριθμοί	234
A.2. Τα κλάσματα	235
A.3. Δεκαδικοί αριθμοί	236
A.4. Εξισώσεις και προβλήματα	237
A.5. Ποσοστά	237
A.6. Ανάλογα ποσά - Αντιστρόφως ανάλογα ποσά	238
A.7. Θετικοί και Αρνητικοί αριθμοί	239
B.1. Βασικές γεωμετρικές έννοιες	242
B.2. Συμμετρία	245
B.3. Τρίγωνα - Παραλληλόγραμμα - Τραπεζία	246
Αλφαβητικό ευρετήριο όρων	248