



ΘΕΜΑΤΙΚΉ ΕΝΌΤΗΤΑ 6

ΕΛΕΓΧΟΣ ΥΠΟΘΕΣΕΩΝ

Επαγωγική Στατιστική

Έλεγχος Υποθέσεων Εκτίμηση Παραμέτρων Πληθυσμού

Στον στατιστικό έλεγχο υποθέσεων μας ενδιαφέρει να ελέγξουμε αν μία παράμετρος του πληθυσμού (π.χ. η μέση τιμή ή η διακύμανση) ικανοποιεί μια υπόθεση (H_0 μηδενική) έναντι μιας εναλλακτικής υπόθεσης (H_1 εναλλακτική).

Προϋποθέσεις χρήσης στατιστικών κριτηρίων

1. Το δείγμα είναι τυχαίο. Συνήθως ο έλεγχος αυτός γίνεται από τον τρόπο λήψης του δείγματος, σε περίπτωση όμως που τα δεδομένα μας έχουν κάποια χρονολογική διάταξη, μπορεί να γίνει και με στατιστικό τεστ.
2. Δεν υπάρχουν ακραίες παρατηρήσεις. Ο έλεγχος γίνεται κυρίως γραφικά με την βοήθεια θηκογράμματος (boxplot).
3. Η κατανομή του πληθυσμού, από τον οποίο προήλθε το τυχαίο δείγμα είναι η κανονική κατανομή.
Για μέγεθος αρκετά μεγάλο μέγεθος δείγματος μπορούμε να παραλείψουμε αυτό τον έλεγχο (Κεντρικό Οριακό Θεώρημα)

Έλεγχος κανονικής κατανομής πληθυσμού

- Ο έλεγχος γίνεται με στατιστικά τεστ αλλά και γραφικά.
- Ο στατιστικός έλεγχος μπορεί να γίνει με το τεστ των Kolmogorov-Smirnov ή των Shapiro-Wilk.
- Ο γραφικός έλεγχος γίνεται με διάφορα γραφήματα όπως το Normal Q-Q Plot και το Detrended Normal Q-Q Plot .

Έλεγχος Κανονικότητας (SPSS)

[Analyze → Descriptive Statistics → Explore]

Move two variables to the [Dependent list], and press [Statistics]

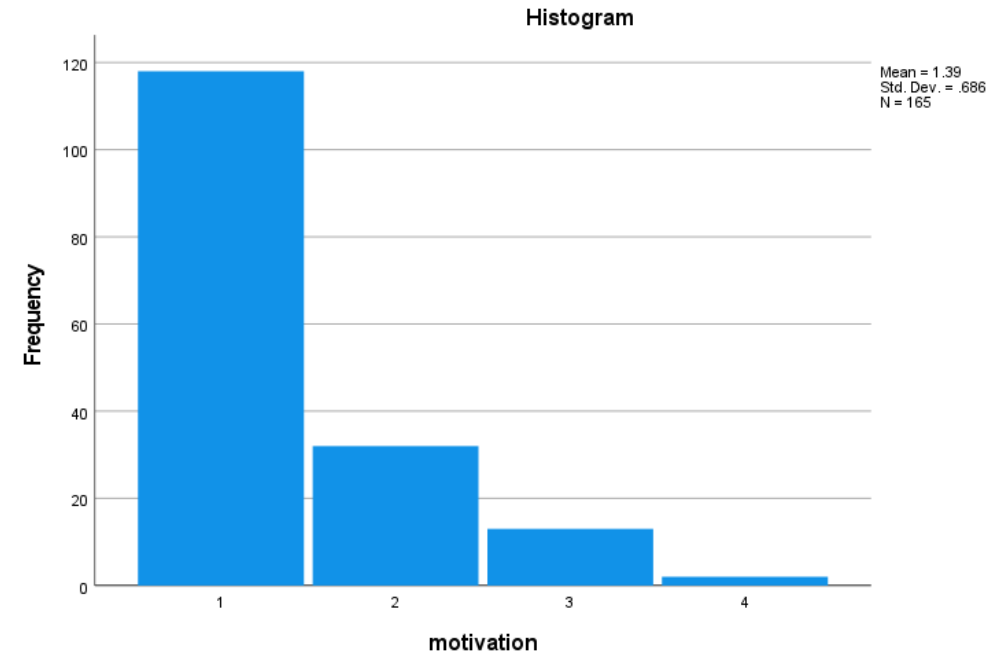
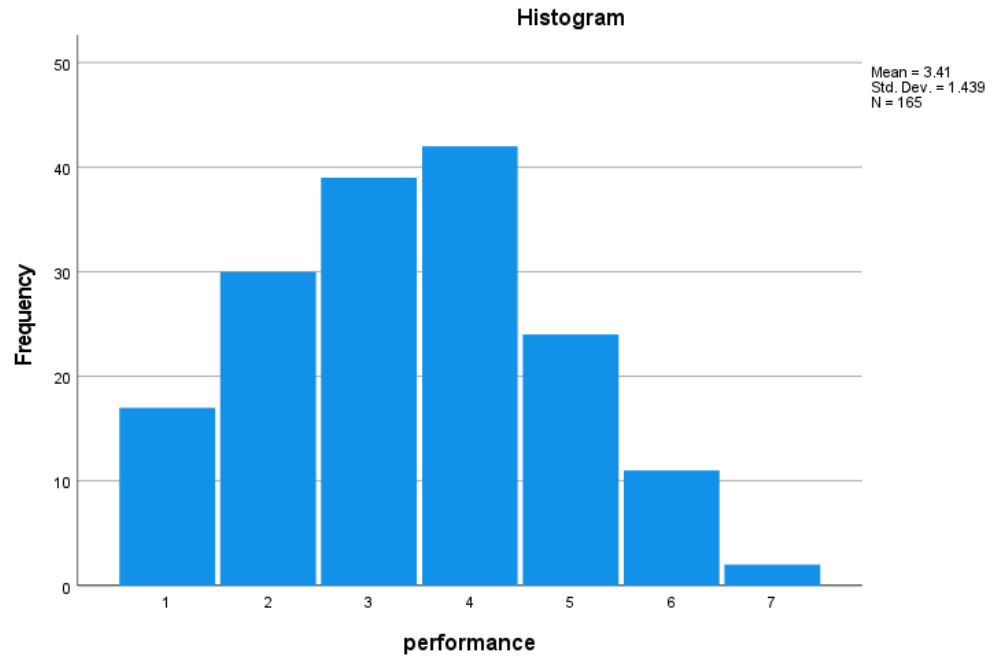
Select [Descriptives] and [Outliers], and press [Continue]

[Plots], Select [Factor Levels Together], [Stem-and-Leaf], [Histogram], and

[Normality Plots with Tests], and press [Continue]

[OK]

Histogram



Κύρτωση και συμμετρία

Έλεγχος Κανονικότητας (SPSS)

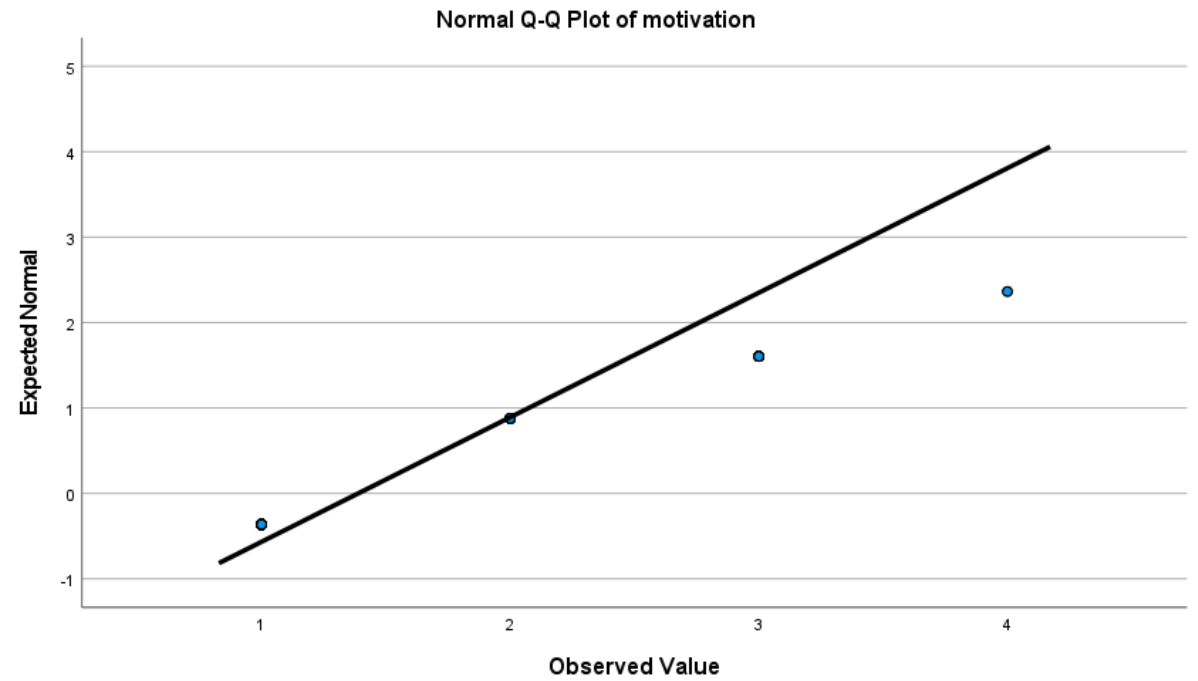
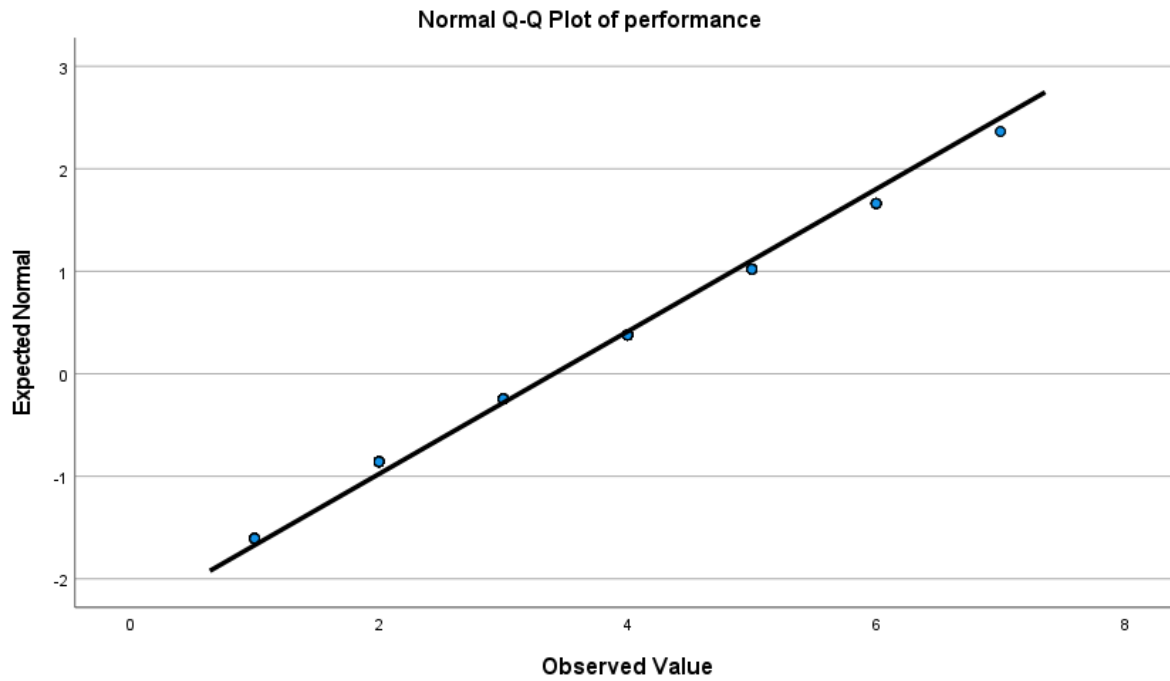
Descriptives

		Statistic	Std. Error	
performance	Mean	3.41	.112	
	95% Confidence Interval for Mean	Lower Bound	3.18	
		Upper Bound	3.63	
	5% Trimmed Mean	3.38		
	Median	3.00		
	Variance	2.072		
	Std. Deviation	1.439		
	Minimum	1		
	Maximum	7		
	Range	6		
	Interquartile Range	2		
	Skewness	.141	.189	
Kurtosis	-.581	.376		
motivation	Mean	1.39	.053	
	95% Confidence Interval for Mean	Lower Bound	1.28	
		Upper Bound	1.49	
	5% Trimmed Mean	1.31		
	Median	1.00		
	Variance	.471		
	Std. Deviation	.686		
	Minimum	1		
	Maximum	4		
	Range	3		
	Interquartile Range	1		
	Skewness	1.732	.189	
Kurtosis	2.316	.376		

Όρια: [-2, 2]

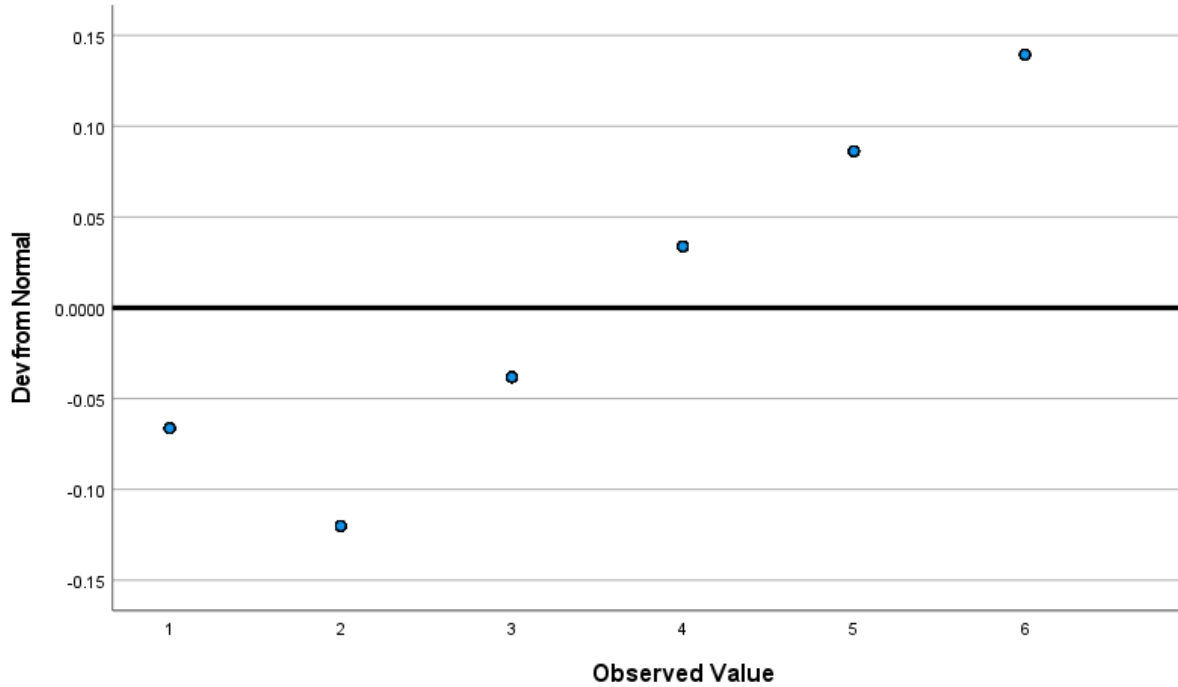
Πιο αυστηρά όρια: [-1, 1]

Q-Q Plots (Quantiles)

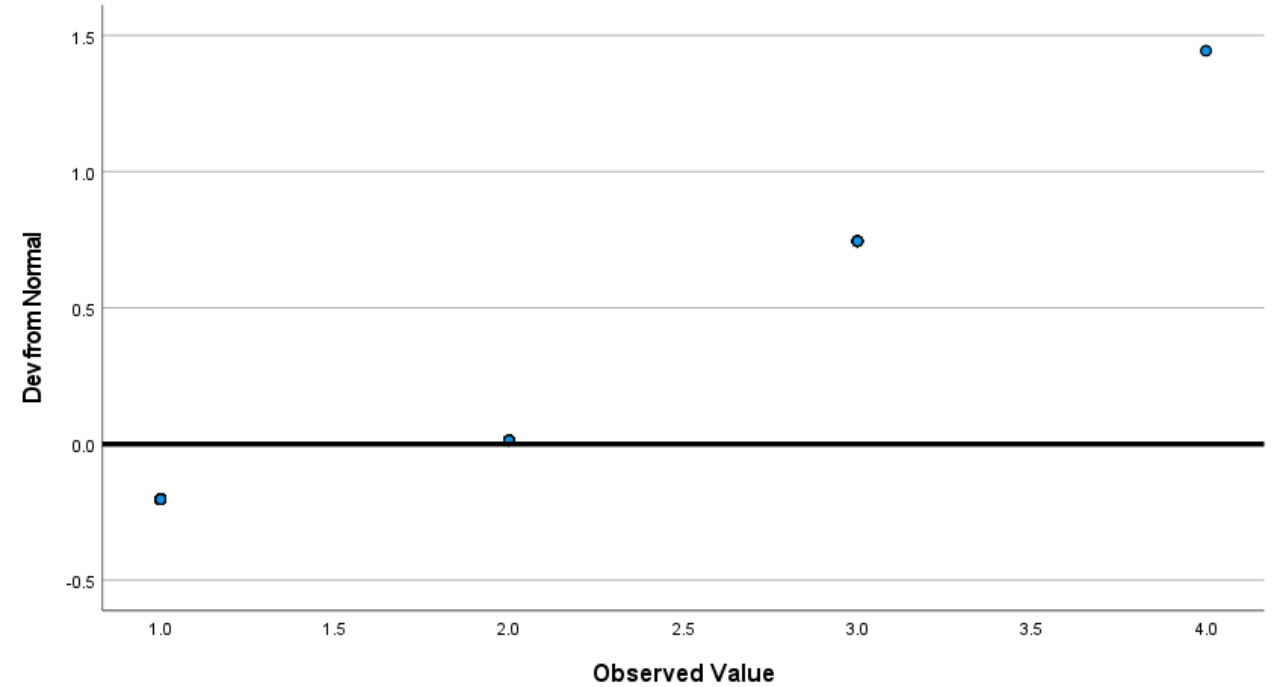


Detrended Q-Q Plots (Quantiles)

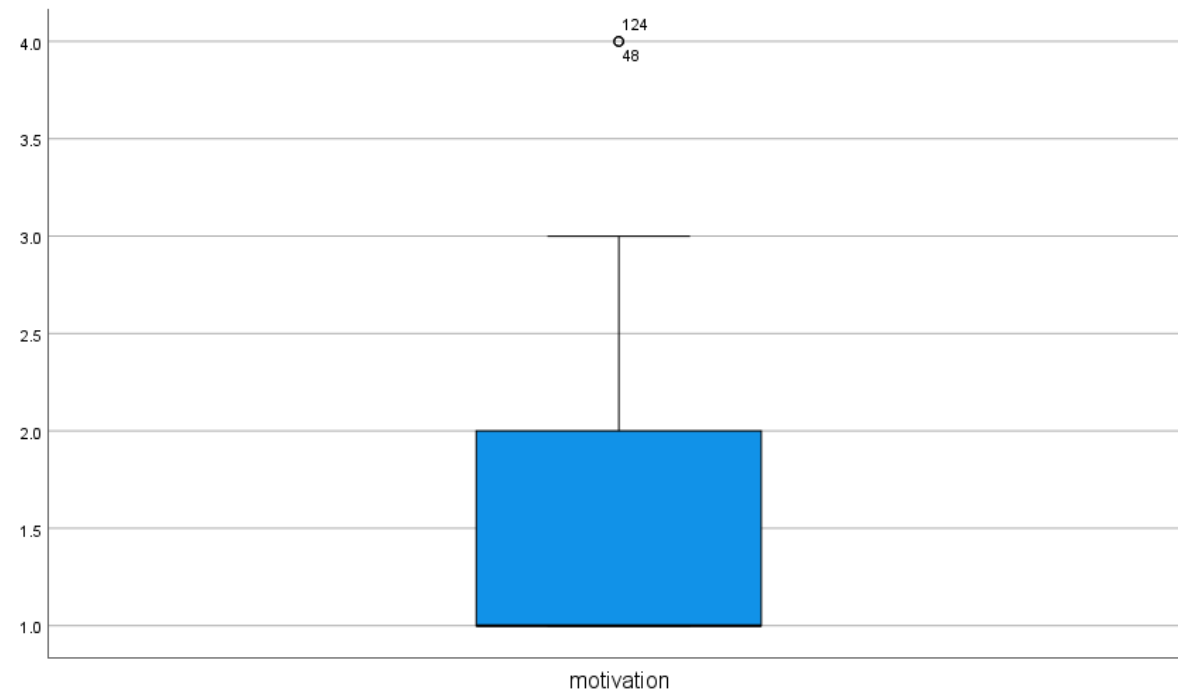
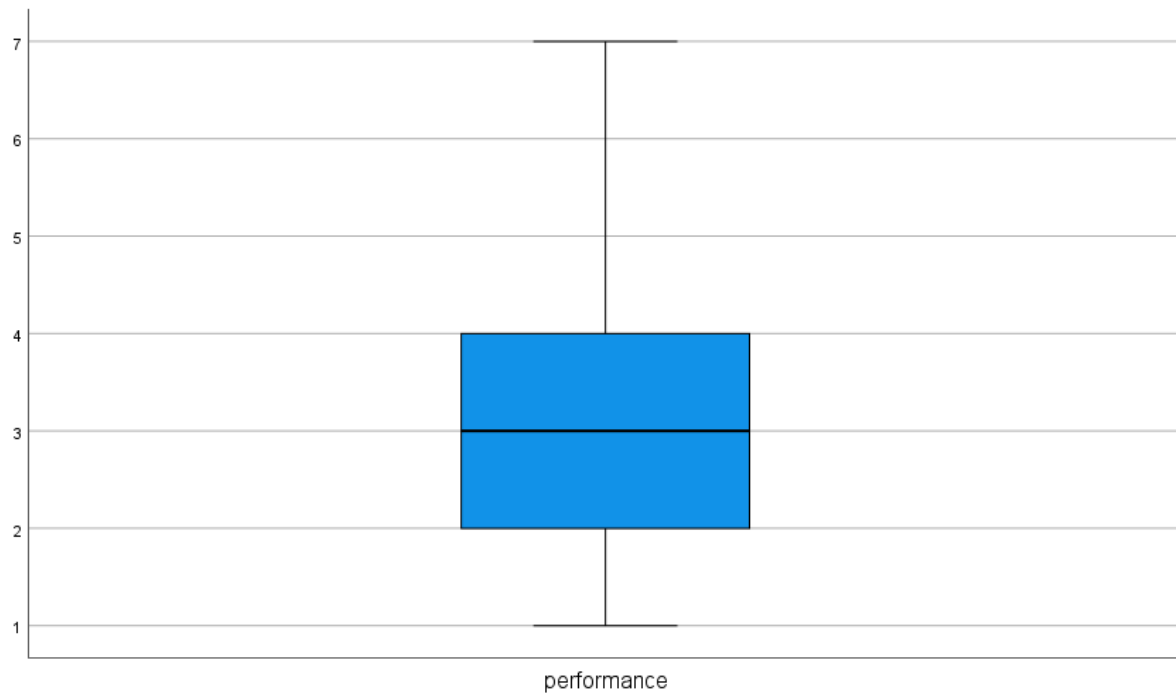
Detrended Normal Q-Q Plot of performance



Detrended Normal Q-Q Plot of motivation



Boxplots



Έλεγχος Κανονικότητας (SPSS)

Kolmogorov – Smirnov (D statistic)

Shapiro – Wilk (W statistic)

Tests of Normality

	Kolmogorov-Smirnov ^a			Shapiro-Wilk		
	Statistic	df	Sig.	Statistic	df	Sig.
performance	.139	165	<,001	.945	165	<,001
motivation	.429	165	<,001	.612	165	<,001

a. Lilliefors Significance Correction

Για μεγάλο αριθμό δειγμάτων αυτά τα στατιστικά τεστ δίνουν στατιστικώς σημαντικό αποτέλεσμα, ακόμα και αν προέρχονται από κανονική κατανομή.

Βήματα για τον Στατιστικό Έλεγχο Υπόθεσης

- Διατυπώνω τη Μηδενική Υπόθεση H_0 :
Ο τυχαίος αριθμός προέρχεται από τη συγκεκριμένη Κατανομή
 - Διατυπώνω την Εναλλακτική Υπόθεση H_1 :
Ο τυχαίος αριθμός ΔΕΝ προέρχεται από την Κατανομή
 - Επιλέγω το επίπεδο εμπιστοσύνης – βαθμό σημαντικότητας (συνήθως $\alpha = 0.05$)
 - Για αυτό το α υπολογίζω τα κριτήρια (ζώνη απόρριψης)
 - Λαμβάνω την στατιστική τιμή από τη δειγματοληψία
-
- Συγκρίνω την στατιστική τιμή από τη δειγματοληψία με τις κρίσιμες τιμές (κριτήρια):
 - Απορρίπτω την H_0 και αποδέχομαι την H_1 , ή
 - Δεν μπορώ να απορρίψω την H_0

Αποδοχή ή απόρριψη

- Απορρίπτουμε την Μηδενική Υπόθεση όταν η πιθανότητα να λάβουμε την τιμή που λάβαμε είναι αρκετά μικρή.
π.χ. για βαθμό σημαντικότητας $\alpha = 0.05$, απορρίπτουμε την Μηδενική Υπόθεση H_0 , όταν η πιθανότητα να έρθει η στατιστική τιμή που ήρθε ή πιο ακραία να είναι μικρότερη από 5%.
 - Μπορούμε είτε να υπολογίσουμε αυτήν την πιθανότητα p-value, ή απλά να κάνουμε σύγκριση με τα κριτήρια. Όταν p-value < 0.05: *, p-value < 0.01: **, p-value < 0.001: ***
-

Έλεγχος Υποθέσεων

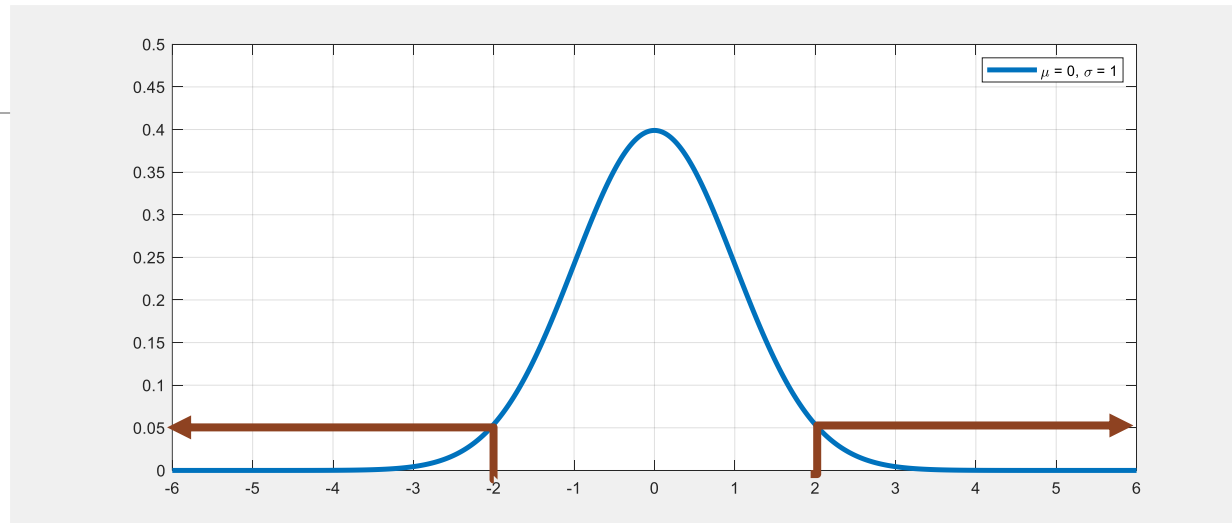
Επαγωγική Στατιστική (Inferential Statistics): Έστω ότι έχουμε μία γνωστή κανονική κατανομή (μ, σ). Θέλουμε να ελέγξουμε εάν ένας αριθμός, τυχαίος, μπορεί να προέρχεται από αυτήν την κατανομή.

- Υποθέτουμε ότι όντως προέρχεται από την κατανομή και εξετάζουμε πόσο πιθανό είναι να έρθει αυτός ή πιο ακραίος αριθμός.
- Υπάρχουν δύο ενδεχόμενα, ο αριθμός να προέρχεται από αυτήν την κατανομή ή όχι
- Θέτω ως επίπεδο εμπιστοσύνης το $\alpha = 0.05$.

Το διάστημα εμπιστοσύνης αποτελεί ένα διάστημα τιμών μέσα στο οποίο εκτιμάται ότι βρίσκεται η πραγματική τιμή της παραμέτρου που ενδιαφέρει τον ερευνητή. Ο καθορισμός του διαστήματος γίνεται με γνώμονα το επίπεδο εμπιστοσύνης (αυτοπεποίθησης) που θέλει να έχει ο ερευνητής για τη συγκεκριμένη εκτίμησή του (Συνήθως είναι 95%).

Έλεγχος Υποθέσεων

- Προκύπτουν δύο τιμές κριτήρια: - 2 και το 2 (συγκεκριμένα -1.96 και 1.96, οι τιμές που είναι < -1.96 αντιστοιχούν στο 2,5% των συνολικών τιμών της κατανομής και οι τιμές που είναι >1.96 αντιστοιχούν στο 2,5% των συνολικών τιμών της κατανομής, άρα συνολικά αντιστοιχούν στο %5).
- Η κόκκινη περιοχή αποτελεί τη Ζώνη απόρριψης, δηλαδή αν ο αριθμός είναι πιο ακραίος από το κριτήριο οφείλω να απορρίψω το ενδεχόμενο ο αριθμός να προέρχεται από αυτήν την κατανομή



Εκτίμηση Παραμέτρων Πληθυσμού

Έστω ότι δεν γνωρίζουμε την κατανομή και θέλουμε να συλλέξουμε ένα δείγμα με βάση το οποίο να εκτιμήσουμε την κατανομή.

Αν γνωρίζουμε ότι η κατανομή του Πληθυσμού είναι κανονική χρειαζόμαστε:

- α) τη μέση τιμή, και
- β) την τυπική απόκλιση

Η εκτίμηση για τη μέση τιμή είναι ο Μ.Ο. των τιμών του δείγματος: $\mu = \bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^N x_i}{N}$

Η εκτίμηση για την τυπική απόκλιση είναι: $\sigma = s = \sqrt{\sum_i \frac{(x_i - \bar{x})^2}{N-1}}$, και $S.E. = \frac{s}{\sqrt{N}}$, όπου

S.E. Standard Error, η τυπική απόκλιση της κατανομής των Μέσων Όρων.

Η εκτίμηση για τη μέση τιμή είναι: $\bar{X} \pm 1.96 S.E.$

(Έχουμε εκτιμήσει ένα διάστημα για το Μ.Ο. με πιθανότητα 95%, Διάστημα Εμπιστοσύνης)