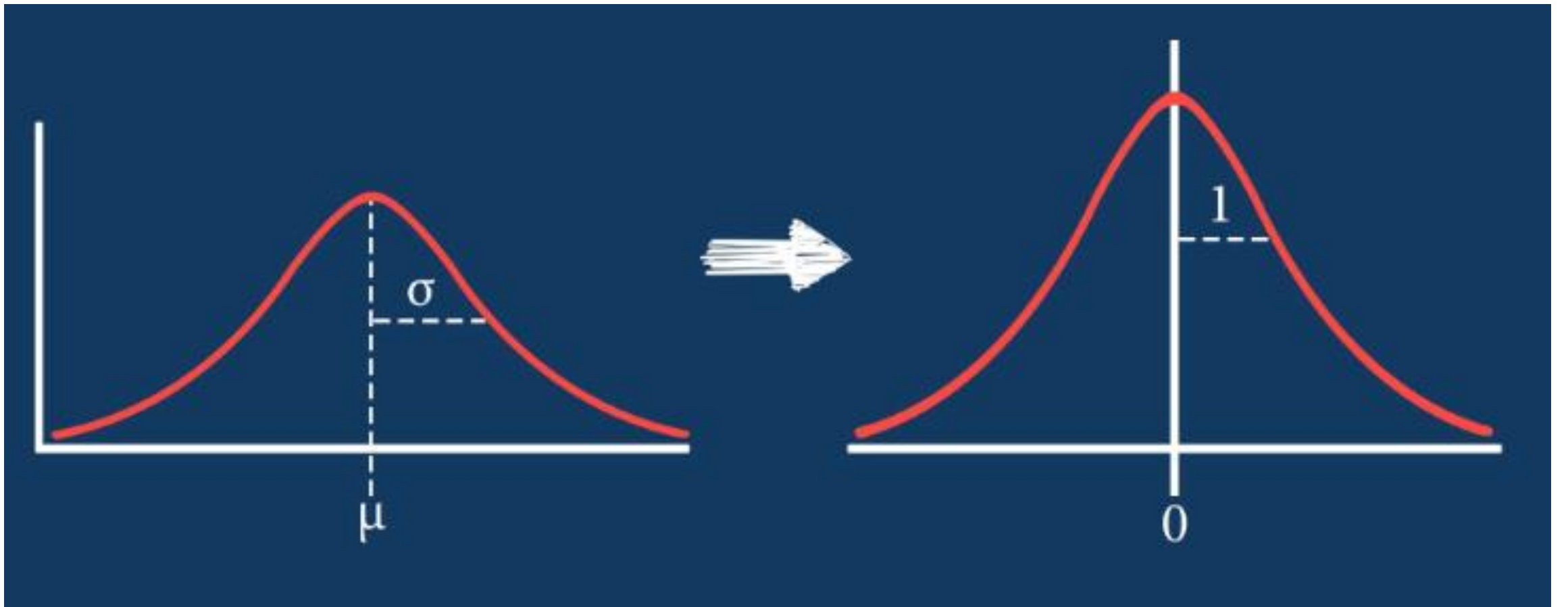




ΘΕΜΑΤΙΚΉ ΕΝΌΤΗΤΑ 6

ΤΥΠΙΚΗ ΚΑΝΟΝΙΚΗ ΚΑΤΑΝΟΜΗ

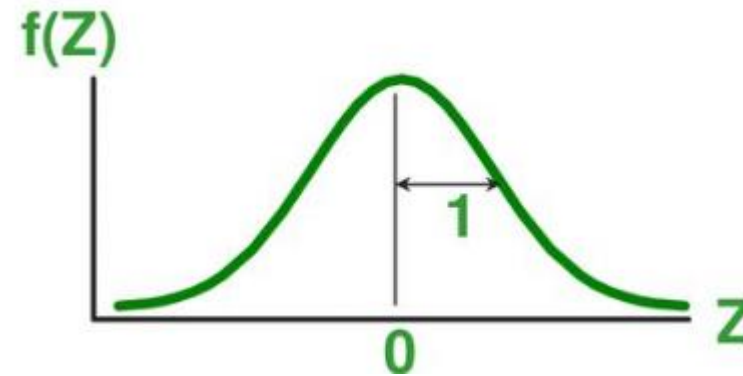
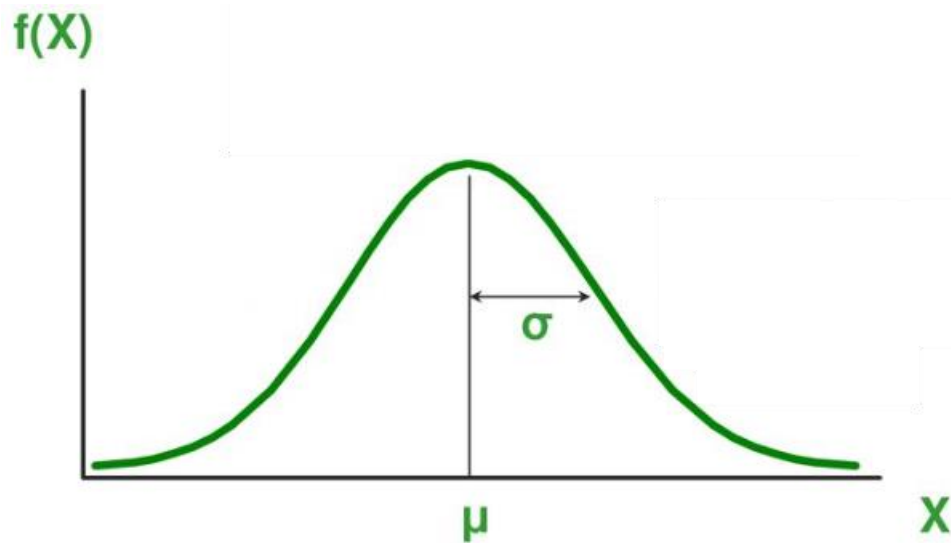


Τυπική Κανονική Κατανομή

- Η τυπική κανονική κατανομή είναι μια κανονική κατανομή με μέσο όρο 0 και τυπική απόκλιση 1.
- Ονομάζεται επίσης η κατανομή Z.
- Οποιαδήποτε κανονική κατανομή (με οποιοδήποτε συνδυασμό μέσου όρου και τυπικής απόκλισης) μπορεί να μετασχηματιστεί σε τυπική κανονική κατανομή (Z)
- Μια τιμή z είναι η απόσταση μεταξύ μιας επιλεγμένης τιμής X , και του πληθυσμιακού μέσου μ , διαιρούμενη με την πληθυσμιακή τυπική απόκλιση, σ .
- Για να γίνει ο υπολογισμός χρειαζόμαστε την μέση τιμή μ και την τυπική απόκλιση σ της κατανομής
- Δεν έχει μονάδες μέτρησης (είναι το κλάσμα της τυπικής απόκλισης)
- Ο μετασχηματισμός των τιμών της κατανομής X σε τιμές Z , διευκολύνει τον υπολογισμό των πιθανοτήτων.

Σχήμα κανονικής και τυπικής κατανομής

Το σχήμα της κατανομής των τυπικών τιμών είναι ίδιο με το σχήμα κατανομής των τιμών της μεταβλητής



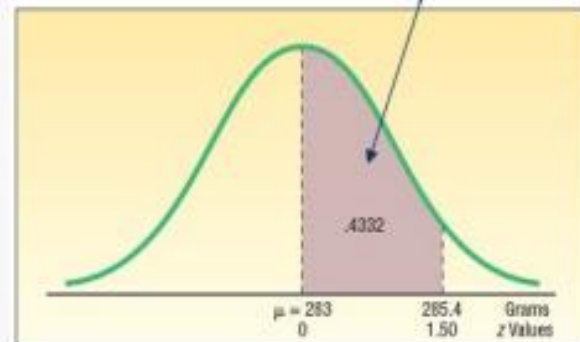
Μετασχηματισμός X τιμών σε τυπικές κανονικές τιμές Z

- Για την μετατροπή X τιμών μίας κανονικής κατανομής σε Z τιμές χρησιμοποιούμε τον τύπο:

$$z = \frac{X - \mu}{\sigma}$$

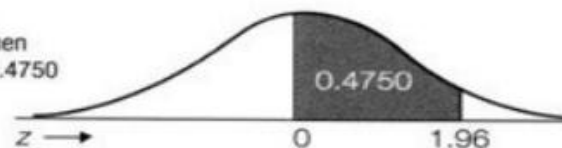
Πίνακας Z τιμών και υπολογισμός πιθανότητας

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	...
1.3	0.4032	0.4049	0.4066	0.4082	0.4099	0.4115	
1.4	0.4192	0.4207	0.4222	0.4236	0.4251	0.4265	
1.5	0.4332	0.4345	0.4357	0.4370	0.4382	0.4394	
1.6	0.4452	0.4463	0.4474	0.4484	0.4495	0.4505	
1.7	0.4554	0.4564	0.4573	0.4582	0.4591	0.4599	
1.8	0.4641	0.4649	0.4656	0.4664	0.4671	0.4678	
1.9	0.4713	0.4719	0.4726	0.4732	0.4738	0.4744	
.							
.							
.							



Πίνακας Z τιμών

Example:
If $z = 1.96$, then
 $P(0 \text{ to } z) = 0.4750$

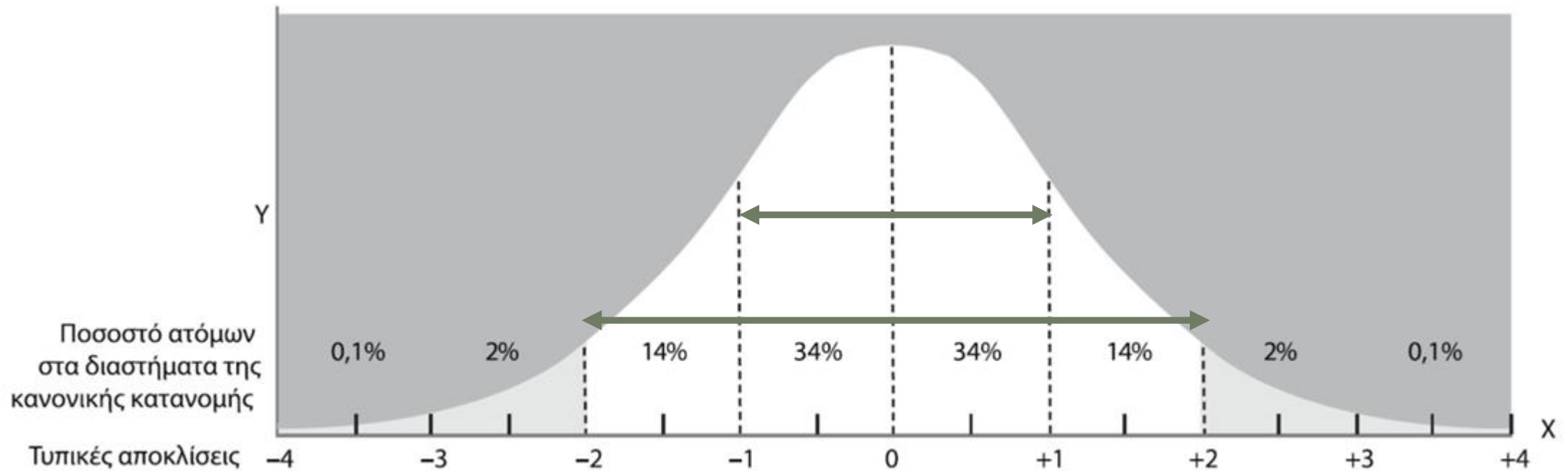


z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.0000	0.0040	0.0080	0.0120	0.0160	0.0199	0.0239	0.0279	0.0319	0.0359
0.1	0.0398	0.0438	0.0478	0.0517	0.0557	0.0596	0.0636	0.0675	0.0714	0.0753
0.2	0.0793	0.0832	0.0871	0.0910	0.0948	0.0987	0.1026	0.1064	0.1103	0.1141
0.3	0.1179	0.1217	0.1255	0.1293	0.1331	0.1368	0.1406	0.1443	0.1480	0.1517
0.4	0.1554	0.1591	0.1628	0.1664	0.1700	0.1736	0.1772	0.1808	0.1844	0.1879
0.5	0.1915	0.1950	0.1985	0.2019	0.2054	0.2088	0.2123	0.2157	0.2190	0.2224
0.6	0.2257	0.2291	0.2324	0.2357	0.2389	0.2422	0.2454	0.2486	0.2517	0.2549
0.7	0.2580	0.2611	0.2642	0.2673	0.2704	0.2734	0.2764	0.2794	0.2823	0.2852
0.8	0.2881	0.2910	0.2939	0.2967	0.2995	0.3023	0.3051	0.3078	0.3106	0.3133
0.9	0.3159	0.3186	0.3212	0.3238	0.3264	0.3289	0.3315	0.3340	0.3365	0.3389
1.0	0.3413	0.3438	0.3461	0.3485	0.3508	0.3531	0.3554	0.3577	0.3599	0.3621
1.1	0.3643	0.3665	0.3686	0.3708	0.3729	0.3749	0.3770	0.3790	0.3810	0.3830
1.2	0.3849	0.3869	0.3888	0.3907	0.3925	0.3944	0.3962	0.3980	0.3997	0.4015
1.3	0.4032	0.4049	0.4066	0.4082	0.4099	0.4115	0.4131	0.4147	0.4162	0.4177
1.4	0.4192	0.4207	0.4222	0.4236	0.4251	0.4265	0.4279	0.4292	0.4306	0.4319
1.5	0.4332	0.4345	0.4357	0.4370	0.4382	0.4394	0.4406	0.4418	0.4429	0.4441
1.6	0.4452	0.4463	0.4474	0.4484	0.4495	0.4505	0.4515	0.4525	0.4535	0.4545
1.7	0.4554	0.4564	0.4573	0.4582	0.4591	0.4599	0.4608	0.4616	0.4625	0.4633
1.8	0.4641	0.4649	0.4656	0.4664	0.4671	0.4678	0.4686	0.4693	0.4699	0.4706
1.9	0.4713	0.4719	0.4726	0.4732	0.4738	0.4744	0.4750	0.4756	0.4761	0.4767
2.0	0.4772	0.4778	0.4783	0.4788	0.4793	0.4798	0.4803	0.4808	0.4812	0.4817
2.1	0.4821	0.4826	0.4830	0.4834	0.4838	0.4842	0.4846	0.4850	0.4854	0.4857
2.2	0.4861	0.4864	0.4868	0.4871	0.4875	0.4878	0.4881	0.4884	0.4887	0.4890
2.3	0.4893	0.4896	0.4898	0.4901	0.4904	0.4906	0.4909	0.4911	0.4913	0.4916
2.4	0.4918	0.4920	0.4922	0.4925	0.4927	0.4929	0.4931	0.4932	0.4934	0.4936
2.5	0.4938	0.4940	0.4941	0.4943	0.4945	0.4946	0.4948	0.4949	0.4951	0.4952
2.6	0.4953	0.4955	0.4956	0.4957	0.4959	0.4960	0.4961	0.4962	0.4963	0.4964
2.7	0.4965	0.4966	0.4967	0.4968	0.4969	0.4970	0.4971	0.4972	0.4973	0.4974
2.8	0.4974	0.4975	0.4976	0.4977	0.4977	0.4978	0.4979	0.4979	0.4980	0.4981
2.9	0.4981	0.4982	0.4982	0.4983	0.4984	0.4984	0.4985	0.4985	0.4986	0.4986
3.0	0.4987	0.4987	0.4987	0.4988	0.4988	0.4989	0.4989	0.4989	0.4990	0.4990

Τυπική κανονική κατανομή - Παρατηρήσεις

- Η διάμεσος, η δεσπόζουσα τιμή και η μέση τιμή συμπίπτουν
 - Εκτείνεται συμμετρικά σε κάθε πλευρά της μέσης τιμής
 - Το πιο απότομο σημείο της κλίσης βρίσκεται σε απόσταση μίας τυπικής απόκλισης από τη μέση τιμή
 - Σε 3 τυπικές αποκλίσεις ουσιαστικά μηδενίζεται (ποτέ δεν γίνεται πραγματικά μηδέν)
 - Μπορούμε να βρούμε το εμβαδόν (πιθανότητα) μεταξύ δύο οποιωνδήποτε τιμών
-

Εμπειρικός κανόνας υπολογισμού πιθανοτήτων



- $\pm 1\sigma$: πιθανότητα 68%
- $\pm 2\sigma$: πιθανότητα 95%
- $\pm 3\sigma$: πιθανότητα 99.7%

Παράδειγμα

Ένα αγόρι 14 ετών έχει ύψος 163 εκ. και ένα κορίτσι 11 ετών 130 εκ.
Θα μπορούσαμε να χαρακτηρίσουμε τα παιδιά αυτά ψηλά;

Θα πρέπει να γνωρίζουμε τις κατανομές υψών για αντίστοιχη ηλικία και φύλο.
Δίνεται ότι $\mu_{\alpha,14} = 155$, $\mu_{\kappa,11} = 128$ (εκ.) και $\sigma_{\alpha,14} = 9$, $\sigma_{\kappa,11} = 7$ (εκ.)

Ποιο είναι ψηλότερο?

Υπολογίζουμε τις αντίστοιχες Z-τιμές χρησιμοποιώντας τον τύπο:

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma} \quad z_{\alpha} = \frac{163 - 155}{9} = 0.89 \quad z_{\kappa} = \frac{130 - 128}{7} = 0.29$$