

2.4 ΠΡΟΣΘΕΣΗ ΚΑΙ ΑΦΑΙΡΕΣΗ ΚΛΑΣΜΑΤΩΝ

ΘΕΩΡΙΑ

1.

Πρόσθεση ομωνύμων κλασμάτων : Προσθέτουμε τους αριθμητές και παρονομαστή αφήνουμε τον ίδιο

2.

Πρόσθεση ετερονύμων κλασμάτων : Τα κάνουμε ομώνυμα και συνεχίζουμε όπως στο 1

3.

Αφαίρεση ομωνύμων κλασμάτων : Αφαιρούμε τους αριθμητές και παρονομαστή αφήνουμε τον ίδιο

4.

Αφαίρεση ετερονύμων κλασμάτων : Τα κάνουμε ομώνυμα και συνεχίζουμε όπως στο 3

5.

Μεικτός αριθμός : Είναι το άθροισμα ενός ακεραίου και ενός κλάσματος μικρότερου της μονάδας

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1.

Συμπληρώστε τα παρακάτω κενά

α) Το άθροισμα δύοκλασμάτων είναι ίσο με το κλάσμα που έχει αριθμητή το ...και παρονομαστή τον ίδιο.

β) Το άθροισμα ενός φυσικού αριθμού και ενός κλάσματος μικρότερου από την 1 ονομάζεται ...αριθμός

γ) Κάθε φυσικός αριθμός μπορεί να γραφτεί με την μορφή ενός κλάσματος με αριθμητή τον φυσικό αριθμό και παρονομαστή τη

Προτεινόμενη λύση

α)

Το άθροισμα δύο **ομωνύμων** κλασμάτων είναι ίσο με το κλάσμα που έχει αριθμητή το **άθροισμα των αριθμητών** και παρονομαστή τον ίδιο.

β)

Το άθροισμα ενός φυσικού αριθμού και ενός κλάσματος μικρότερου από την 1 ονομάζεται **μεικτός** αριθμός.

γ)

Κάθε φυσικός αριθμός μπορεί να γραφτεί με την μορφή ενός κλάσματος με αριθμητή τον φυσικό αριθμό και παρονομαστή τη **μονάδα**.

2.

Χαρακτηρίστε τις παρακάτω προτάσεις με Σ αν είναι σωστές και με Λ αν είναι λανθασμένες.

$$\alpha) 5 + \frac{1}{4} = \frac{21}{4}, \quad \beta) 2 - \frac{1}{3} = 2\frac{1}{3}, \quad \gamma) \frac{5}{6} - \frac{2}{6} > 1,$$

$$\delta) \frac{3}{4} + \frac{2}{5} > 1, \quad \epsilon) \frac{3}{4} + \frac{7}{4} + \frac{9}{4} + \frac{1}{4} = 5$$

Προτεινόμενη λύση

α)

$$5 + \frac{1}{4} = \frac{5 \cdot 4}{4} + \frac{1}{4} = \frac{20}{4} + \frac{1}{4} = \frac{21}{4} \quad \text{Πρόταση σωστή}$$

β)

$$2 - \frac{1}{3} = \frac{2 \cdot 3}{3} - \frac{1}{3} = \frac{6}{3} - \frac{1}{3} = \frac{5}{3} = \frac{3 \cdot 1 + 2}{3} = \frac{3 \cdot 1}{3} + \frac{2}{3} = 1 + \frac{2}{3} = 1\frac{2}{3} \quad \text{Πρόταση λάθος}$$

γ)

$$\frac{5}{6} - \frac{2}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} < 1 \quad \text{Πρόταση λάθος}$$

δ)

$$\frac{3}{4} + \frac{2}{5} = \frac{3 \cdot 5}{4 \cdot 5} + \frac{2 \cdot 4}{4 \cdot 5} = \frac{15}{20} + \frac{8}{20} = \frac{23}{20} > 1 \quad \text{Πρόταση σωστή}$$

ε)

$$\frac{3}{4} + \frac{7}{4} + \frac{9}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3+7+9+1}{4} = \frac{20}{4} = 5 \quad \text{Πρόταση σωστή}$$

3.

Να αποδείξετε ότι $2\frac{1}{4} < 3\frac{2}{5}$

Προτεινόμενη λύση

$$\text{Είναι } 2\frac{1}{4} = 2 + \frac{1}{4} = \frac{2 \cdot 4}{4} + \frac{1}{4} = \frac{8}{4} + \frac{1}{4} = \frac{9}{4} = \frac{9 \cdot 5}{4 \cdot 5} = \frac{45}{20}$$

$$\text{και } 3\frac{2}{5} = 3 + \frac{2}{5} = \frac{3 \cdot 5}{5} + \frac{2}{5} = \frac{15}{5} + \frac{2}{5} = \frac{17}{5} = \frac{17 \cdot 4}{5 \cdot 4} = \frac{68}{20}$$

$$\text{Επειδή } 45 < 68, \text{ είναι } \frac{45}{20} < \frac{68}{20} \text{ δηλαδή } 2\frac{1}{4} < 3\frac{2}{5}$$

4.

Υπολόγισε τα παρακάτω αθροίσματα

$$\alpha) \frac{1}{8} + \frac{6}{8} + \frac{2}{8} \quad \beta) \frac{2}{11} + \frac{5}{11} + \frac{4}{11} \quad \gamma) \frac{2}{5} + \frac{5}{6} \quad \delta) \frac{4}{7} + \frac{2}{14} + 2$$

Προτεινόμενη λύση

α)

$$\frac{1}{8} + \frac{6}{8} + \frac{2}{8} = \frac{1+6+2}{8} = \frac{9}{8}$$

β)

$$\frac{2}{11} + \frac{5}{11} + \frac{4}{11} = \frac{2+5+4}{11} = \frac{11}{11} = 1$$

γ)

$$\frac{2}{5} + \frac{5}{6} = \frac{2 \cdot 6}{5 \cdot 6} + \frac{5 \cdot 5}{6 \cdot 5} = \frac{12}{30} + \frac{25}{30} = \frac{37}{30}$$

δ)

$$\frac{4}{7} + \frac{2}{14} + 2 = \frac{4}{7} + \frac{1}{7} + \frac{14}{7} = \frac{4+1+14}{7} = \frac{19}{7}$$

5.

Σε ποια περίπτωση είμαστε υποχρεωμένοι να μετατρέψουμε ετερόνυμα κλάσματα σε ομώνυμα ;

Απάντηση

Όταν θέλουμε να τα προσθέσουμε ή να τα αφαιρέσουμε

6.

Υπολόγισε τις παρακάτω διαφορές

$$\alpha) \frac{7}{12} - \frac{5}{12} \quad \beta) \frac{7}{12} - 1 \quad \gamma) \frac{7}{2} - \frac{4}{12} \quad \delta) \frac{15}{22} - \frac{5}{10}$$

Προτεινόμενη λύση

α)

$$\frac{7}{12} - \frac{5}{12} = \frac{2}{12} = \frac{2:2}{12:2} = \frac{1}{6}$$

β)

$$\frac{7}{12} - 1 = \frac{7}{12} - \frac{1 \cdot 12}{12} = \frac{7}{12} - \frac{12}{12} = \frac{7-12}{12} \quad \text{επειδή } 7 < 12 \text{ η διαφορά δεν υπάρχει}$$

γ)

$$\frac{7}{2} - \frac{4}{12} = \frac{7}{2} - \frac{1}{3} = \frac{7 \cdot 3}{2 \cdot 3} - \frac{1 \cdot 2}{3 \cdot 2} = \frac{21}{6} - \frac{2}{6} = \frac{19}{6}$$

δ)

$$\frac{15}{22} - \frac{5}{10} = \frac{15}{22} - \frac{1}{2} = \frac{15}{22} - \frac{1 \cdot 11}{2 \cdot 11} = \frac{15}{22} - \frac{11}{22} = \frac{4}{22} = \frac{2}{11}$$

7.

Εκτελέστε τις παρακάτω πράξεις και δώστε το αποτέλεσμα στην απλοποιημένη του μορφή

$$\alpha) \frac{5}{8} + \frac{2}{8}$$

$$\beta) \frac{9}{5} + \frac{2}{5}$$

$$\gamma) \frac{3}{2} + \frac{15}{12} + \frac{5}{4}$$

$$\delta) \frac{8}{5} + \frac{4}{10} + \frac{7}{15}$$

Προτεινόμενη λύση

α)

$$\frac{5}{8} + \frac{2}{8} = \frac{7}{8}$$

β)

$$\frac{9}{5} + \frac{2}{5} = \frac{11}{5}$$

γ)

$$\frac{3}{2} + \frac{15}{12} + \frac{5}{4} = \frac{3}{2} + \frac{5}{4} + \frac{5}{4} = \frac{6}{4} + \frac{5}{4} + \frac{5}{4} = \frac{16}{4} = 4$$

δ)

$$\frac{8}{5} + \frac{4}{10} + \frac{7}{15} = \frac{8}{5} + \frac{2}{5} + \frac{7}{15} = \frac{24}{15} + \frac{6}{15} + \frac{7}{15} = \frac{37}{15}$$

8.

Ομοίως

$$\alpha) \frac{1}{2} + \frac{5}{4}$$

$$\beta) \frac{3}{8} + \frac{8}{10}$$

$$\gamma) \frac{1}{14} + \frac{2}{7}$$

$$\delta) \frac{22}{30} + \frac{47}{50}$$

Προτεινόμενη λύση

α)

$$\frac{1}{2} + \frac{5}{4} = \frac{2}{4} + \frac{5}{4} = \frac{7}{4}$$

β)

$$\frac{3}{8} + \frac{8}{10} = \frac{3}{8} + \frac{4}{5} = \frac{3 \cdot 5}{8 \cdot 5} + \frac{4 \cdot 8}{5 \cdot 8} = \frac{15}{40} + \frac{32}{40} = \frac{47}{40}$$

γ)

$$\frac{1}{14} + \frac{2}{7} = \frac{1}{14} + \frac{4}{14} = \frac{5}{14}$$

δ)

$$\frac{22}{30} + \frac{47}{50} = \frac{11}{15} + \frac{47}{50} = \frac{11 \cdot 10}{15 \cdot 10} + \frac{47 \cdot 3}{50 \cdot 3} = \frac{110}{150} + \frac{141}{150} = \frac{251}{150}$$

9.

Να υπολογιστούν τα εξαγόμενα

$$\alpha) \frac{52}{7} - \left(\frac{29}{7} + \frac{11}{7} \right) \qquad \beta) \left(\frac{5}{6} - \frac{1}{3} \right) + \frac{4}{3}$$

$$\gamma) \left(4 - \frac{5}{3} \right) + \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{12} \right) \qquad \delta) 5\frac{1}{2} + 7\frac{3}{8} + 3\frac{1}{4}$$

Προτεινόμενη λύση**α)**

$$\frac{52}{7} - \left(\frac{29}{7} + \frac{11}{7} \right) = \frac{52}{7} - \frac{40}{7} = \frac{12}{7}$$

β)

$$\left(\frac{5}{6} - \frac{1}{3} \right) + \frac{4}{3} = \left(\frac{5}{6} - \frac{2}{6} \right) + \frac{4}{3} = \frac{3}{6} + \frac{4}{3} = \frac{3}{6} + \frac{8}{6} = \frac{11}{6}$$

γ)

$$\left(4 - \frac{5}{3} \right) + \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{12} \right) = \left(\frac{12}{3} - \frac{5}{3} \right) + \left(\frac{8}{12} + \frac{1}{12} \right) = \frac{7}{3} + \frac{9}{12} = \frac{28}{12} + \frac{9}{12} = \frac{37}{12}$$

δ)

$$\begin{aligned} 5\frac{1}{2} + 7\frac{3}{8} + 3\frac{1}{4} &= 5 + \frac{1}{2} + 7 + \frac{3}{8} + 3 + \frac{1}{4} = \\ &= 15 + \frac{4}{8} + \frac{3}{8} + \frac{2}{8} = \\ &= 15 + \frac{9}{8} = \frac{120}{8} + \frac{9}{8} = \frac{129}{8} \end{aligned}$$

10.

Από τα έσοδα μιας οικογένειας, τα $\frac{19}{100}$ διατίθενται για φαγητό, το $\frac{1}{50}$ για εισιτήρια, τα $\frac{2}{5}$ για ενοίκιο και τα $\frac{3}{25}$ για ρούχα. Ποιο μέρος των εσόδων μένει για αποταμίευση ;

Προτεινόμενη λύση

Τα συνολικά έξοδα είναι

$$\frac{19}{100} + \frac{1}{50} + \frac{2}{5} + \frac{3}{25} = \frac{19}{100} + \frac{2}{100} + \frac{40}{100} + \frac{12}{100} = \frac{73}{100}$$

Όλα τα έσοδα της οικογένειας είναι $\frac{100}{100}$ Για αποταμίευση μένει το ποσό $\frac{100}{100} - \frac{73}{100} = \frac{27}{100}$

11.

i) Τα παρακάτω κλάσματα να γίνουν μεικτοί αριθμοί

$$\alpha) \frac{23}{7} \quad \beta) \frac{17}{2} \quad \gamma) \frac{25}{21}$$

ii) Οι παρακάτω μεικτοί αριθμοί να μετατραπούν σε κλάσματα

$$\alpha) 2\frac{4}{5} \quad \beta) 5\frac{3}{4} \quad \gamma) 18\frac{1}{2}$$

Προτεινόμενη λύση

i)

α) Η ταυτότητα της Ευκλείδειας διαίρεσης του 23 δια του 7 είναι $23 = 7 \cdot 3 + 2$

$$\text{Οπότε} \quad \frac{23}{7} = \frac{7 \cdot 3 + 2}{7} = \frac{7 \cdot 3}{7} + \frac{2}{7} = 3 + \frac{2}{7} = 3\frac{2}{7}$$

$$\beta) \text{ Ομοίως} \quad \frac{17}{2} = \frac{2 \cdot 8 + 1}{2} = \frac{2 \cdot 8}{2} + \frac{1}{2} = 8 + \frac{1}{2} = 8\frac{1}{2}$$

$$\gamma) \quad \frac{25}{21} = \frac{21 \cdot 1 + 4}{21} = \frac{21 \cdot 1}{21} + \frac{4}{21} = 1 + \frac{4}{21} = 1\frac{4}{21}$$

ii)

$$\alpha) 2\frac{4}{5} = 2 + \frac{4}{5} = \frac{10}{5} + \frac{4}{5} = \frac{14}{5}$$

$$\beta) 5\frac{3}{4} = 5 + \frac{3}{4} = \frac{20}{4} + \frac{3}{4} = \frac{23}{4}$$

$$\gamma) 18\frac{1}{2} = 18 + \frac{1}{2} = \frac{36}{2} + \frac{1}{2} = \frac{37}{2}$$